

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – 16 gennaio 2016



Domanda 1 (punti 2, 5*).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5} \cdot \log(x + 2)$$

Dominio	$E = (-2, 1] \cup [5, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 1) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(1; 0) \quad C(5; 0) \quad D(0; \sqrt{5} \cdot \log 2)$

Domanda 2 (punti 3, 5*).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x + 2 \log(x^2 + 3)$

Derivata prima	$f' = \frac{(x+1) \cdot (x+3)}{x^2 + 3} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-3; -3 + 2 \log 12) \quad m(-1; -1 + 2 \log 4)$ decresce in $(-3, -1)$

Domanda 3 (punti 3, 5*).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x^4 \cdot e^{1+x}$

Derivata prima	$f' = x^3 \cdot (x + 4) \cdot e^{1+x} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = x^2 \cdot (x^2 + 8x + 12) \cdot e^{1+x}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-6; f(-6)); \quad F_2(-2; f(-2))$ concava in $(-6, -2)$

Domanda 4 (punti 2, 5*).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x^2 - 16}$$

Dominio	$E = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty) / \{-4, 4\}$
As. verticali	$x = -4, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 0$

Domande teoriche

- 1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 4)
- 2) Il teorema del punto fisso con significato grafico (punti 3)
- 3) La definizione di limite con c ed l finiti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(4x^4 + \frac{x+8}{3x+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{-3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{4x^5}{5} + \frac{1}{9}(3x+4) + \frac{20}{9} \log(3x+4)$ $\frac{377}{15} + \frac{20}{9} \log \frac{10}{7} \approx 25,93$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{27} e^{-3x} \cdot (9x^3 + 9x^2 + 6x + 2) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + 3z = 5 \\ 4x - 2y + k \cdot z = 2 \\ x + 5y + 3z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 5; 12$: incompatibile $k \neq 5; 12$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{3k^2 - 31k + 18}{k^2 - 17k + 60}; y = \frac{2}{k - 5}; z = \frac{-10k + 94}{k^2 - 17k + 60}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x \cdot (x - 2y + 3) - 2y^2 + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = -x + 3y = 2$

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 3 \quad f_y = -2x - 4y$
Estremi liberi	$S(-1; 1/2) \quad z = 5/2 \quad H = -12$
Estremi vincolati	$m(-7/2; -1/2) \quad \lambda = 3 \quad z = 7/4$ $H = -2$

Domande teoriche.

- 4) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 4)
- 5) Il teorema di Rouché-Capelli (punti 3)
- 6) Definizione di derivata parziale (punti 3)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prima parte; 4, 5, 6 per il recupero della II parte; 2, 3, 4 per la prova completa.

*Punteggi esercizi prove parziali contrassegnati con *.*